

UMA ABORDAGEM TEÓRICA E EXPERIMENTAL DO CONCEITO DE MASSA REDUZIDA¹

Mario Susumo HAGA²
Cícero Rafael Cena da SILVA³
Edilson Guimarães de SOUZA⁴

Resumo: Ao longo dos tempos, no ensino formal de ciências, podemos observar a enorme dificuldade de alunos entenderem certos conceitos e teorias de ciências principalmente quando as suas observações são conflitantes com seus modelos mentais. Pode-se até aceitar as recorrências aos modelos simplificados para apresentar certas idéias científicas desde que não comprometam a sua correta compreensão. Por outro lado, sabe-se que os alunos treinados a pensar cientificamente, considerando as devidas complexidades desde cedo, têm maiores possibilidades de sucesso. Em muitos casos, os modelos simplificados têm causado mais problemas do que soluções na educação em ciências. A proposta deste trabalho foi a de investigarmos como um conceito mais complexo como o da massa reduzida poderia ser absorvido pelos alunos. Apresentamos a proposta para a Escola Técnica Estadual – ETE Ilha Solteira do Centro Paula Souza para desenvolvimento instrumental e aplicações. Os resultados experimentais, mesmo comprometidos em função dos problemas técnicos apresentados pela instrumentação doada, foram úteis para formalizar modelos através de registros de oscilações e medidas de períodos de oscilação, além do importante trabalho para entender o projeto enquanto processo experimental.

Palavras-chave: massa reduzida; complexidade; simplificação; modelos; conceitos.

1. INTRODUÇÃO

Segundo DUIT & GLYNN (1996), a compreensão de ciências, em seus diversos níveis de educação formal, é trabalhada através de processos de modelagem que levam os alunos a formarem representações e modelos mentais e conceituais, construídos basicamente através dos estabelecimentos de relações analógicas, tomando-se as devidas precauções nas suas aplicações, incitando-os aos processos de raciocínio. Desta forma, neste artigo estaremos abordando todo o conceito referente à massa reduzida, um conceito bastante complexo, evitando-se quaisquer tentativas para simplificações.

Existem situações concretas nas ciências em que uma relação analógica é, a princípio, impossível de ser estabelecida de forma direta para uma outra situação aparentemente similar, e requer uma criação considerando a complexidade que representa o problema; pior ainda, os modelos apresentados por alguns autores simplesmente excluem uma dada especificidade, como por exemplo, o conceito de temperatura: alguns autores sugerem o conceito de temperatura associado à medida de agitação de moléculas ou átomos de uma dada substância, enquanto sabemos que hidrogênio e argônio à mesma temperatura têm graus

¹ Projeto: PROGRAD/Núcleo de Ensino 2004/2005. Processo NE-PROGRAD N^o 1102/04. Apoio Financeiro: FUNDUNESP.

² Departamento de Física e Química

³ Aluno do curso de Licenciatura em Física e bolsista PROGRAD/FUNDUNESP

⁴ Aluno de Engenharia Mecânica, estagiário e bolsista PAE, Faculdade de Engenharia, Campus de Ilha Solteira.

de agitação diferentes se entendemos como agitação as suas respectivas velocidades; ou então, sugerem a temperatura como medida do “quente e do frio”, mas, uma simples experiência das três bacias com água derruba por completo este conceito: coloque uma mão numa bacia com água a 0 °C, a outra numa bacia com água a 30 °C, retire-as e coloque ambas as mãos numa bacia com água a 15 °C. A mensagem de “temperatura” que cada mão enviará ao cérebro será diferente. Qual mensagem será verdadeira?

Assim, o conceito de massa reduzida também é controvertido. Na teoria newtoniana, o conceito de massa ou é dada pela Lei universal de atração gravitacional:

$$F_G = \frac{G.M.m}{r^2} \quad (1)$$

onde $G=6,673 \times 10^{-11} \text{N.m}^2/\text{kg}^2$ é a constante universal de atração gravitacional e r é a distância que separa o corpo de massa m de outro de massa M , ou pela conhecida segunda lei de Newton dada para caso particular de massa m constante no tempo por:

$$a = \frac{F}{m} \quad (2)$$

onde F é o agente força, m é a inércia (resistência à mudança no estado de movimento da partícula de massa m) e a é a mudança (variação da velocidade por unidade de tempo conhecida como aceleração).

Para muitos cientistas, estas duas relações confundem-se em um único conceito. Medidas feitas considerando a inércia ou a atração gravitacional da matéria não distinguem quaisquer diferenças nos seus valores, pelo menos com a precisão e sensibilidade da instrumentação desenvolvida até hoje.

Entretanto, ambos os modelos são consensuais e, em contraposição, abrimos parênteses para destacar algumas idéias totalmente equivocadas que confundem o conceito de massa: confusão entre massa e o conceito de peso que é força; confusão entre massa e o conceito de quantidade de substância.

Então, se o conceito de massa em si já é bastante complexa, como introduzir o conceito de massa reduzida sem mesmo se referir à aniquilação de massa dada pela famosa equação de Einstein $E = mc^2$?

Neste trabalho, estas questões a cerca do conceito de massa serão aceitas considerando os conceitos praticados entre os “experts” em Física e suas representações conceituais. Mas, em qual contexto devemos trabalhar o conceito de massa reduzida? Existe de fato esta massa reduzida ou seria mais um caso de recorrência às modelagens matemáticas abstratas para adequar uma equação teórica às situações reais como o caso de força centrífuga que é uma força fictícia? Poderia existir algum caso que poderia ser apresentado como análogo ao conceito de massa reduzida para construir modelos? Ou seria um caso de

existência real em que pode ser comprovada somente de forma experimental? Enfim, como poderíamos proceder pedagogicamente para construir um modelo consensual entre estudantes de níveis médio e/ou superior? Como fica o princípio de conservação de massa?

2. A MASSA REDUZIDA

A massa reduzida é um conceito totalmente diferente das idéias até aqui apresentadas. Na realidade, massa por massa, nunca poderia ser reduzida (veja os princípios de conservação de massa e energia). Entretanto, desconhecer que existem sistemas reais que possam comportar-se fenomenologicamente considerando a massa reduzida seria atropelar as ciências. Por outro lado, como poderíamos abordar esta questão sem considerar toda a complexidade que o modelo teórico envolve? É possível dar um tratamento adequado à realidade de tal forma que um modelo teórico de massa reduzida possa ser apresentado de forma convincente para retratar de forma coerente uma situação real?

Os modelos didáticos para o ensino de ciências têm-se pautado, na maioria dos casos, sem maiores considerações e a profundidade que o tema exige, passando muitas vezes como algum princípio físico fictício que não tem a sua importância na dinâmica de um sistema mecânico real. Neste trabalho apresentamos situações reais em que um sistema vibracional pode apresentar problemas sérios de ajustes de parâmetros fundamentais e de conceitos científicos apropriados. Também, um trabalho desta natureza, com objetivos de apresentar o problema com toda a sua complexidade, foi um desafio muito grande e contribuiu para um crescimento intelectual dos seus executores, principalmente em se tratando de práticas envolvendo conceitos não triviais.

Quando concluído, a compreensão da ciência envolvida contribuiu muito no processo de ensino aprendizagem de alunos em seus diferentes níveis de escolaridade: “teremos mais sucesso treinando estudantes a pensar cientificamente se eles forem ensinados, explicitamente, a como se engajar nas práticas de modelagem daqueles considerados experts em física” (NERSESSIAN, 1995).

Aprender com um instrumental despojado de sofisticções pode ser possível, mas, a sofisticação instrumental que permite medidas motiva mais os alunos e, em geral, garante maior credibilidade aos modelos teóricos e conceituais apresentados em livros didáticos geralmente de forma sintética.

Se você tem um corpo de massa m e fizer oscilar acoplado a uma mola de constante elástica k como o sistema ilustrado na Figura 1, o período de oscilação será dada por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3)$$

A complexidade do modelo teórico/conceitual para massa reduzida pode ser verificada a partir da adequação do modelo teórico de oscilação de uma massa (Figura 1) para o de duas massas acopladas por uma mola como o da Figura 2.

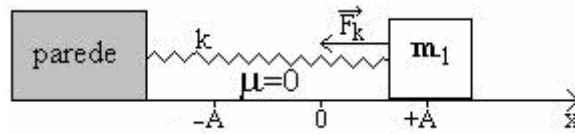


Figura 1. Representação esquemática de um sistema oscilador tipo Massa-Mola sem atrito com a mesa com um único corpo de massa m_1 acoplado a uma mola de constante elástica k presa à parede fixa.

O corpo de massa m_1 do sistema simples da Figura 1 está sujeito a uma força restauradora dada pela Lei de Hooke e obedece a segunda Lei de Newton de tal forma que a equação do seu movimento poderá ser obtida a partir de:

$$m_1 \cdot a = -k \cdot x, \quad (4)$$

onde a é a aceleração do corpo de massa m_1 , k é a constante elástica da mola e x é a posição de m_1 em relação à posição 0 da Figura 1. (posição de m_1 em condições de equilíbrio). A solução da equação (4) será do tipo senoidal dada por

$$x(t) = A \text{ sen}(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

onde A é a amplitude constante ou variável no tempo, ω é a frequência angular de oscilação e φ a sua fase.

Da frequência angular ω da equação (5) define-se o período de oscilação pela equação

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (6)$$

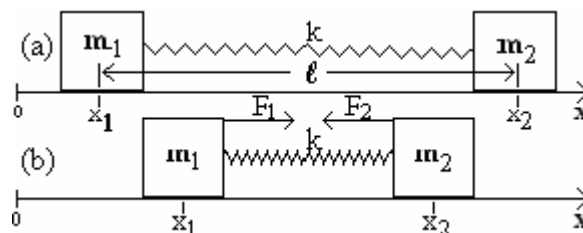


Figura 2. Oscilações de dois corpos de massas m_1 e m_2 , respectivamente, acoplados por uma mola de constante elástica k : **(a)** na condição de equilíbrio; **(b)** oscilações de dois corpos de massas m_1 e m_2 , respectivamente, acoplados por uma mola de constante elástica k visualizados no instante de máxima aproximação entre si.

Por outro lado, para o caso de duas massas oscilantes, a equação do movimento das duas massas somente será possível ser obtida a partir da seguinte equação:

$$\mu \cdot a = -k \cdot x, \quad (7)$$

onde a é a aceleração do sistema composto pelos corpos de massas m_1 e m_2 respectivamente, k é a constante elástica da mola e x é a posição de m_1 e m_2 em relação à posição de equilíbrio dada definida por

$$x = (x_2 - x_1) - \ell . \quad (8)$$

Na equação (8), veja que se $x_2 - x_1 = \ell$, $x = 0$.

Na equação (7), μ é a massa reduzida definida como:

$$\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \quad (9)$$

que realmente tem a dimensão de massa e terá sempre o seu valor menor do que qualquer das massas m_1 ou m_2 individualmente, ou seja, $\mu < m_1$ e $\mu < m_2$.

Para um simples teste, supondo $m_1 = m$ e $m_2 = m$ também, teremos $\mu = m/2$, ou seja, a massa equivalente de dois corpos oscilantes ilustrado na Figura 2 é à metade da massa se cada corpo oscilasse individualmente como no sistema representado na Figura 1, motivo pelo qual recebeu a denominação de massa reduzida.

3. O CONCEITO DE PERÍODO DE OSCILAÇÃO DE DUAS MASSAS

A dinâmica de translação da maioria dos sistemas mecânicos responde em função da massa inercial relacionada pela segunda Lei de Newton (equação (2)). Porém, no caso do sistema oscilador representado na Figura 2, a dinâmica do sistema responde como se a massa tivesse realmente sofrido uma redução, ou seja, o sistema de duas massas da Figura 2 tem menor inércia translacional do que a do sistema de uma massa representado na Figura 1.

Esta situação singular, contudo, não significa que parte da massa tenha sido realmente retirada do sistema; ela permanece no sistema, mas o mesmo comporta-se dinamicamente como se a massa tivesse sido realmente retirada.

Para o estudo desta situação mecânica singular, foi proposta neste projeto uma abordagem teórico/experimental que permita a construção de um modelo cientificamente representativo, significativo e sustentável experimentalmente; mesmo que não pudéssemos recorrer diretamente às modelagens por analogias como teremos oportunidades de se destacar.

A abordagem deste assunto será feita a partir de uma situação clássica de oscilação de um sistema mecânico Massa-Mola simples, como o do esquema apresentado na Figura 1 que servirá de base para o modelo teórico da mecânica de oscilação de duas massas acopladas à uma única mola como mostra a Figura 2.

A equação que teoricamente foi resolvida é a (7) para buscar um resultado para o período de oscilação análoga à equação (3). E, este trabalho teórico, omitindo-se passagens matemáticas e conceitos físicos, conduziu a um resultado teórico para o período de oscilação para um sistema de duas massas que poderá ser expresso pela relação (NUSSENZVEIG. 1996):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{k}} \quad (10)$$

que realmente é um resultado imprevisível recorrendo-se somente às analogias imagináveis a partir da equação (3) que poderia dar $\mu=m_1+m_2$.

Por outro lado, qual é o grau de confiabilidade deste resultado (10)? A princípio, se considerarmos os modelos mentais da maioria dos iniciantes nas ciências, poderemos obter respostas tão diferenciadas se o raciocínio for baseado em analogias diretas com o sistema de um corpo oscilante. Porém, veremos que os modelos concebidos a partir de qualquer pressuposto não se sustentaram diante de simples constatações visuais das experiências realizadas.

E, em função desta constatação de que com dois corpos oscilantes, o seu período de oscilação fica menor do que se o sistema oscilasse com qualquer um dos corpos individualmente, realizamos trabalhos de pesquisa para estudar como a habilidade para um raciocínio articulado poderia ser trabalhada pelos alunos; a partir de modelos genéricos (arranjo experimental representado na Figura 1 e a equação (3) para um corpo oscilante), estender para domínios específicos (arranjo experimental representado na Figura 2 com dois corpos oscilantes) e a aceitação de uma nova equação matemática num processo de modelagem associativa.

No processo, foram trabalhadas representações mentais com recorrências às modelagens analógicas e visuais, para então chegar a modelos conceituais consensuais para situações em que não existe a possibilidade de se fazer uma analogia direta. Porém, a partir de algumas associações entre as dinâmicas dos dois sistemas, ao final da construção, foi possível trabalhar a física referente ao conceito de massa reduzida, embora os registros gráficos tenham sido prejudicados devido aos problemas técnicos de difícil solução.

4. O DESENVOLVIMENTO DA INSTRUMENTAÇÃO

Alguns equipamentos de suporte já estavam disponíveis no Núcleo de Ensino da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira e outros dispositivos periféricos foram desenvolvidos especificamente para fins deste projeto. A principal instrumentação foi doada por uma empresa privada da cidade de Campinas - SP. A instrumentação, em termos gerais, pode ser discriminada e descrita basicamente conforme os itens a seguir.

4.1. O trilho de ar

Construído a partir de perfis de alumínio com superfícies polidas e com perfuração de pequenos orifícios. Os orifícios, com diâmetro e distribuição superficial, foram dimensionados e distribuídos para proporcionar o “colchão de ar” necessário para eliminar a força de atrito entre o trilho e os carros. Entretanto, até este momento os problemas de atrito, além de dificuldades de nivelamento do trilho persistem, e a empresa doadora não resolveu para dar continuidade aos trabalhos. Porém, não poderíamos aguardar mais para fechar o presente artigo. Assim mesmo, com registros gráficos elaborados por simulação foi possível completar os estudos propostos no projeto original incorrendo somente em prejuízos de pequena significação. Este trilho de ar foi construído com cantoneira de alumínio de duas polegadas e disposto em forma de “V” para dar uma sustentação e estabilidade para aos carrinhos em oscilação.

4.2. Um aspirador de pó

O ar bombeado para o trilho para proporcionar o colchão de ar foi provido com um aspirador de pó invertido dotado de um abafador de ruídos (disponível).

4.3. O suporte

O sistema do trilho de ar foi suportado sobre uma base com dispositivos para nivelamento do trilho. No entanto, devido ao desalinhamento da barra de alumínio utilizado para a construção do trilho de ar apresentou pequenos níveis de desnivelamentos localizados.

4.4. Carros com jato de tinta

Os carrinhos, com base em forma de “V” compatível com o perfil do trilho de ar construído, projetado e construído para livre deslocamento longitudinal, isto é, sem fios de conexões elétricas ou qualquer outro vínculo com a vizinhança, foi recebidos por doação da

OPTRON⁵ para avaliação de desempenho e sem custos adicionais para o projeto. Entretanto, o sistema apresentou boa performance somente em deslocamentos sob inclinação.

Para operar o sistema na horizontal, a instrumentação básica apresentou problemas de instabilidade, principalmente para o registro de trajetórias por jato de tinta. O sistema foi encaminhado para a empresa doadora e aguardamos o seu retorno desde então. A dificuldade adicional foi quanto à obstrução da saída da tinta após um determinado período sem utilização devido à secagem da tinta, problema este de fácil resolução. Entretanto, mesmo precários, os resultados experimentais foram suficientemente úteis na elaboração de gráficos com significação relativa ao conceito de massa reduzida conforme estarão apresentados no item resultados.

4.5. Registrador x-t

Para os registros gráficos das experimentações, ao sistema foi acoplado um registrador espaço-tempo (x-t), equipamento este também já desenvolvido no projeto anterior deste autor. Naturalmente, foi necessário fazer algumas adaptações. Com o registrador x-t de velocidade de 18,2 mm por segundo foram obtidos gráficos bastante precários das oscilações, tanto que, nestes trabalhos, serão substituídas por gráficos obtidos por simulações.

5. RESULTADOS

Os registros gráficos das oscilações obtidos foram utilizados para a elaboração de gráficos mais compreensíveis e apresentáveis como resultados experimentais a serem apresentados neste artigo. Porém, foram observados e preservados as características das curvas espaço-tempo das oscilações reais como as apresentadas na Figura 4 e estendidas para a simulação de uma oscilação ideal em movimento harmônico simples – MHS como a ilustrada na Figura 3.

A curva senoidal da Figura 3 (a) caracteriza uma oscilação em MHS de uma única massa m_1 acoplada a uma mola de constante elástica k e presa a uma parede fixa.

Esta oscilação ocorre com um período determinado pela equação (3) e corresponde ao sistema oscilador representado na Figura 1. As Figuras 3 (b) e (c) correspondem a um virtual registro de oscilações livres (sem estarem presas a uma parede, por exemplo) de duas massas acopladas por uma mola com a mesma constante elástica k e que têm um período comum definido pela equação (10) considerando a massa reduzida definida pela equação (9). A base de tempo adotado foi a base observada nas experimentações. O

⁵ **OPTRON:** Empresa da cidade de Campinas – SP que desenvolveu projetos junto à FAPESP para a produção de carros com jato de tinta para registro de seus movimentos de forma totalmente isolada de sua vizinhança, já disponibilizado no site da FAPESP.

período de oscilação de um corpo individualmente é $T_{m1} = 2,8$ segundo (Figura 3 (a) e a de dois corpos $T_{m1} = T_{m2} = 2,0$ segundo (Figura 3 (b) e (c).

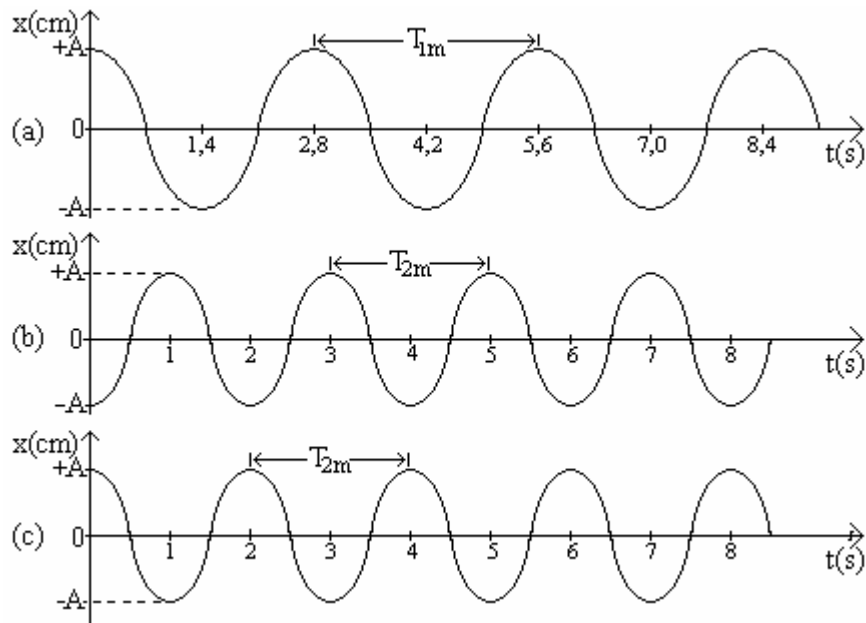


Figura 3. Simulação de registros de oscilações em MHS: (a) registro gráfico da oscilação espaço-tempo ($x-t$) de um único corpo de massa m_1 acoplado a uma mola de constante elástica k presa a uma parede fixa; (b) registro gráfico da oscilação espaço-tempo ($x-t$) de um corpo de massa m_1 acoplado a um segundo corpo por uma mola de constante elástica k ; (c) registro gráfico da oscilação espaço-tempo ($x-t$) do segundo corpo de massa m_2 acoplado ao primeiro corpo de massa m_1 por uma mola de constante elástica k .

Como realizamos as experiências com dois corpos de massa iguais, isto é, $m_1 = m_2 = m$, pela equação (9) teremos que

$$\mu = \frac{m}{2} \quad (11)$$

e o período de oscilação dado pela equação (10) ficará

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2.k}} \quad (12)$$

A razão entre o período de oscilação de um corpo com massa m acoplado a uma mola de constante elástica k dado pela equação (3) e o período de oscilação de uma massa reduzida dada pela equação (10) será

$$\frac{T_m}{T_\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ ou, } T_m = \sqrt{2}.T_\mu \quad (13)$$

Este resultado da equação (13) estabelece $T_m > T_\mu$, ou seja, o período de oscilação de um só corpo de massa m é maior do que o período de oscilação de dois corpos, cada um com massa m e massa reduzida μ . O período para oscilação deste sistema com dois corpos foi de $T = 0,14$ segundo, sendo portanto $\sqrt{2}$ vezes menor do que oscilasse somente com um corpo.

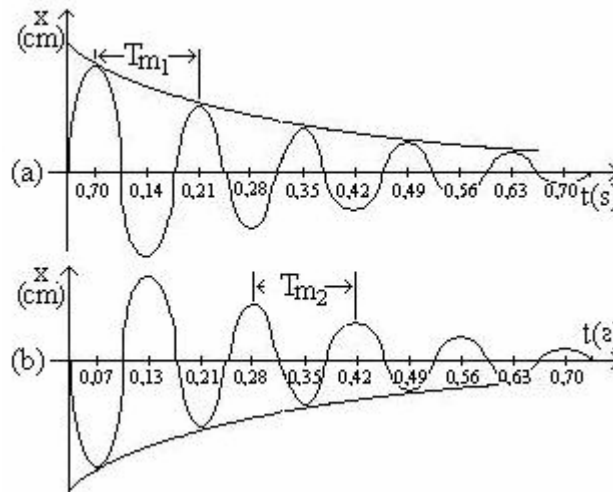


Figura 4. Reproduções de registros gráficos espaço-tempo ($x-t$) das oscilações reais de dois corpos de massas de m_1 e m_2 respectivamente, acoplados por uma mola de constante elástica k e sem estarem presas a nenhuma parede.

A Figura 4 apresenta uma reprodução de oscilações registradas experimentalmente. A reprodução foi necessária porque os registros originais ficaram compreensíveis somente para aqueles diretamente envolvidos nas experimentações em decorrência dos problemas técnicos apresentados pela instrumentação doada. Entretanto, pelos dois gráficos espaço-tempo ($x-t$) da Figura 4, correspondentes às oscilações das duas massas, pode-se constatar que ocorrem aproximações e afastamentos subsequentes de forma simétrica, com amplitudes de oscilação de ambos os corpos sendo amortecidos, a partir de uma amplitude inicial com o decorrer do tempo, caso típico de oscilações reais. Comparando os períodos entre o gráfico da Figura 3 (a) e os das oscilações de duas massas, a relação entre estes dois períodos é dada pela mesma equação (13)

6. CONCLUSÕES

Embora o bolsista e o estagiário tenham enfrentado dificuldades experimentais, as abordagens teóricas e análises complicadas dos resultados proporcionaram desafios que exigiram grande dedicação e uma aprendizagem bastante significativa. Os trabalhos desenvolvidos com alunos do ETE foram bastante satisfatórios sobretudo nos aspectos contraditórios de duas massas oscilantes representarem menor inércia translacional do que a oscilação de somente uma massa. Antes da realização de qualquer experiência, perguntado o que poderia acontecer com as oscilações nas duas situações consideradas, as respostas sempre foram: Com duas massas, as oscilações ficariam “mais lentas”, isto é, teriam períodos de oscilação maiores. Entretanto, com as experiências, perceberam que “suas crenças” teriam de ser revistas. O desafio foi a de apresentar e convencer os alunos quanto às diferenças conceituais e teóricas da dinâmica de cada sistema oscilador, e que a massa em si mesma não poderia ter sido reduzida, mas que, fenomenologicamente, o sistema, em termos de oscilação, comporta-se como se efetivamente tivesse a sua reduzida. E temos a certeza que, qualquer tentativa de obter um modelo simplificado a partir da equação (3) poderia causar mais confusões do que expor o conteúdo com toda a complexidade (E. MORIN, 2003) do conceito de massa reduzida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Duit, R. & Glynn, S. (1996). Mental Modeling, In Wesford, G.; Osborne, J.; Scott, P. (Eds) *Research in Science Education in Europe: Current Issues and Themes*. London, Falmer Press (166-176).
- MORIN, E. (2003). *Introdução ao Pensamento Complexo*. Instituto Piaget, 4^a ed., Porto Alegre – RS.
- Nersessian, N. (1995) *Should physicists preach what they practice?* Constructive modeling in doing and learning physics. *Science & Education*, 4, 203-226.
- Nussenzveig, H.M. (1997) *Física Básica*, v. 2, 3^a Ed. 1^a reimpressão, Ed. Edgard Blücher LTDA, (39-95).